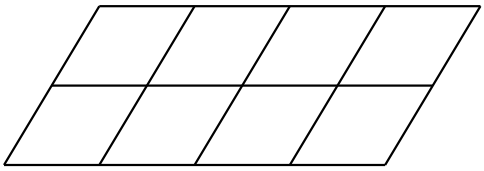
Ngày thi: 31/03/2018
Thời gian làm bài: 120 phút

Câu 1. Một hình bình hành lớn được chia thành 8 hình bình hành nhỏ bằng nhau (xem hình bên).



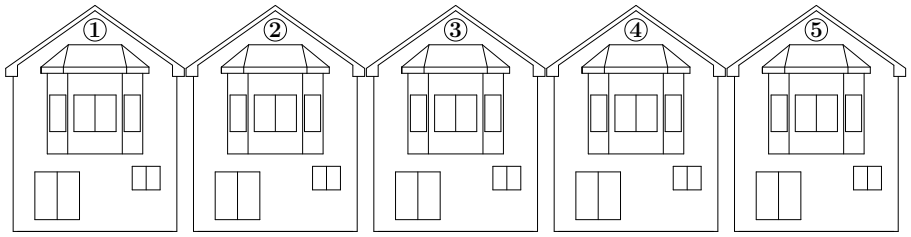
Hỏi trong hình vẽ có tất cả bao nhiêu hình bình hành?

Câu 2. Hiện nay, tổng số tuổi của mẹ và con bằng tuổi của bố. Sau 10 năm nữa, tuổi của mẹ gấp đôi tuổi của con và bằng tuổi của bố hiện nay. Hỏi hiện nay, tuổi của từng người trong gia đình là bao nhiêu?

Câu 3. Có 5 ngôi nhà được đánh số 1, 2, 3, 4, 5 như ở Hình 1. Người ta sơn 5 ngôi nhà đó bằng 5 màu sơn: xanh, tím, vàng, ghi, hồng, sao cho mỗi nhà được sơn bằng một màu và hai nhà khác nhau được sơn màu khác nhau.

Biết rằng:

- Ngôi nhà màu tím chỉ ở cạnh ngôi nhà màu xanh.
- Ngôi nhà màu hồng nằm giữa ngôi nhà màu ghi và ngôi nhà màu vàng.



Hình 1

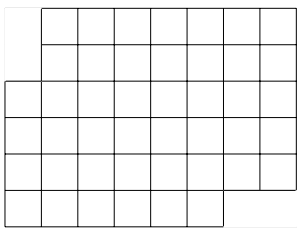
Hỏi tổng của các số được đánh cho các ngôi nhà màu hồng và màu xanh bằng bao nhiêu?

Câu 4. Có hai mảnh đất hình chữ nhật; một mảnh trồng cà chua và một mảnh trồng dưa chuột. Mảnh trồng cà chua có chiều rộng bằng $\frac{1}{5}$ chiều dài. Mảnh trồng dưa chuột có một cạnh bằng 2 lần chiều rộng mảnh trồng cà chua. Biết hai mảnh đất có diện tích bằng nhau và chu vi hơn kém nhau 1 mét. Tìm chu vi mỗi mảnh đất.

Câu 5. Trong một giải bóng đá tứ hùng, bốn đội M, Y, T, S thi đấu vòng tròn một lượt. Đội thắng được 3 điểm, đội thua được 0 điểm, nếu hai đội hòa nhau thì mỗi đội được 1 điểm. Kết thúc giải, đội M có không ít điểm hơn đội T, hiệu số bàn thắng - bàn thua của đội T là 4 - 1, hiệu số bàn thắng - bàn thua của đội M là 1 - 4. Hỏi các trận đấu mà đội M đã chơi có những tỉ số nào? Các trận đấu mà đội T đã chơi có những tỉ số nào?

Câu 6. Lan muốn dùng các hình chữ nhật kích thước 1×2 (xem Hình 3) và các hình vuông kích thước 2×2 (xem Hình 4) để ghép khít (tức là hai hình được ghép không chờm lên nhau) thành Hình 2.

Hỏi Lan có thực hiện được ý muốn của mình hay không và nếu được thì Lan cần dùng ít nhất bao nhiêu hình? Vì sao?



Hình 2

Hình 3

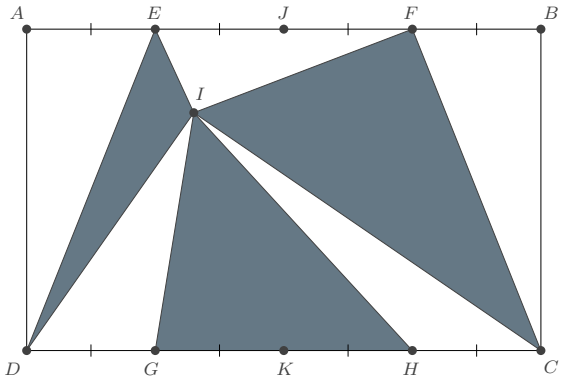
Hình 4

Mỗi câu được tối đa 7 điểm

Ngày thi: 31/03/2018
Thời gian làm bài: 120 phút

Câu 1. Một Rô-bốt di chuyển với vận tốc 1 mét/phút như sau: đầu tiên, nó đi thẳng trong 2 phút về phía trước; sau đó, rẽ vuông góc sang trái rồi đi thẳng trong 3 phút, rẽ vuông góc sang phải rồi đi thẳng trong 2 phút, rẽ vuông góc sang phải rồi đi thẳng trong 5 phút, rẽ vuông góc sang trái rồi đi thẳng trong 3 phút, rẽ vuông góc sang trái rồi đi thẳng trong 2 phút. Hãy vẽ hình mô tả đường đi của Rô-bốt và tính khoảng cách giữa điểm xuất phát và điểm kết thúc.

Câu 2. Cho hình chữ nhật $ABCD$ có diện tích bằng 100 cm^2 (xem hình bên). Tính tổng diện tích các tam giác được tô đậm.



Câu 3. Tìm tất cả các số có hai chữ số có tính chất sau đây: số đó chia hết cho 4, và khi nhân nó với 2 rồi cộng với 3 thì được một số chia hết cho 5.

Câu 4. Có hai bình đựng nước, I và II. Nếu rót $\frac{1}{3}$ lượng nước ở bình I sang bình II, rồi sau đó lại rót 10 lít nước từ bình II sang bình I, thì lượng nước ở bình I gấp đôi lượng nước ở bình II. Hỏi ban đầu bình II có bao nhiêu lít nước?

Câu 5. Trong một giải bóng đá tứ hùng, bốn đội M, Y, T, S thi đấu vòng tròn một lượt. Đội thắng được 3 điểm, đội thua được 0 điểm, nếu hai đội hòa nhau thì mỗi đội được 1 điểm. Kết thúc giải, đội M có không ít điểm hơn đội T, hiệu số bàn thắng - bàn thua của đội T là 4 - 1, hiệu số bàn thắng - bàn thua của đội M là 1 - 4. Hỏi các trận đấu mà đội M đã chơi có những tỉ số nào? Các trận đấu mà đội T đã chơi có những tỉ số nào?

Câu 6. Bạn Dương có 3 đống sỏi với số viên sỏi lần lượt là 10, 20, 60. Dương chơi trò chuyển sỏi theo qui tắc sau: ở mỗi lượt chơi, Dương lấy 2 viên sỏi từ hai đống, mỗi đống 1 viên, rồi chuyển vào đống còn lại.

(a) Hà đứng nhìn và thấy Dương đã 3 lần chuyển sỏi vào đống số 1, 4 lần chuyển sỏi vào đống số 2 và 3 lần chuyển sỏi vào đống số 3. Hỏi sau 10 lượt chơi đó, số sỏi ở mỗi đống là bao nhiêu?

(b) Hỏi với 3 đống sỏi ban đầu, sau một số lượt chơi theo qui tắc nêu trên, Dương có thể thu được 3 đống sỏi với số sỏi bằng nhau hay không? Vì sao?

Ngày thi: 31/03/2018
Thời gian làm bài: 120 phút

Câu 1. Trên một đường thẳng, lần lượt từ trái qua phải, lấy 7 điểm phân biệt A, B, C, D, E, F, H sao cho C là trung điểm của đoạn thẳng AE và D là trung điểm của mỗi đoạn thẳng trong các đoạn thẳng AH, BF, CE. Tính tỉ số $\dfrac{AC}{AH}$.

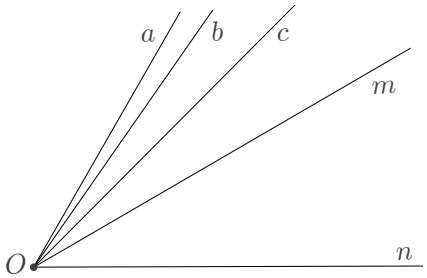
Câu 2. Tìm số tự nhiên N nhỏ nhất sao cho tổng các chữ số của N và tổng các chữ số của số $N+1$ đều chia hết cho 7.

Câu 3. Cho 5 tia Oa, Ob, Oc, Om, On như ở Hình 1.

Biết rằng Om là tia phân giác của góc tạo bởi 2 tia trong 4 tia còn lại, và

$$\widehat{aOb} < \widehat{bOc} < \widehat{cOm} < \widehat{mOn}.$$

Số đo của 3 trong 4 góc vừa nêu trên là $10°, 15°, 30°$. Hỏi góc $\widehat{mOn}$ có thể có số đo bằng bao nhiêu?



Hình 1

Câu 4. Tìm tất cả các số có 4 chữ số $\overline{abcd}$ có tính chất: ước số chung lớn nhất của $\overline{abcd}$ và $\overline{ab}$ bằng $8(a+b+c+d)$.

Câu 5. Quanh một bàn tiệc hình tròn có 5 người ngồi thành vòng tròn trên 5 chiếc ghế, được đánh số lần lượt theo chiều kim đồng hồ bởi 1, 2, 3, 4, 5.

Một trong 5 người đã lấy trộm chiếc thìa vàng bày trên bàn. Bị hỏi, 5 người lần lượt khai như sau:

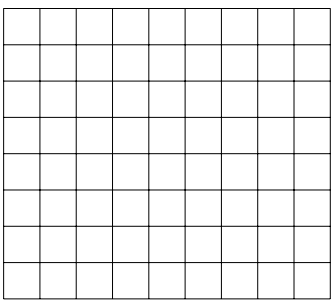
- *Người ngồi ghế số 1:* Kẻ lấy trộm ngồi ngay bên tay trái tôi.
- *Người ngồi ghế số 2:* Kẻ lấy trộm ngồi ghế số lẻ.
- *Người ngồi ghế số 3:* Kẻ lấy trộm ngồi bên cạnh tôi.
- *Người ngồi ghế số 4:* Kẻ lấy trộm ngồi ngay bên tay trái tôi.
- *Người ngồi ghế số 5:* Tôi không lấy trộm.

Biết rằng có đúng 3 người khai thật. Hỏi tên trộm ngồi ghế số mấy?

Câu 6. Lan muốn dùng các hình vuông kích thước 2×2 (xem Hình 3) và hình chữ nhật kích thước 6×1 (xem Hình 4) để ghép khít (tức là hai hình được ghép không chờm lên nhau) thành hình chữ nhật kích thước 8×9 (xem Hình 2).

(a) Hỏi Lan có thực hiện được ý muốn của mình hay không, nếu chỉ dùng các hình vuông 2×2? Vì sao?

(b) Hỏi Lan có thực hiện được ý muốn của mình hay không, nếu chỉ dùng các hình chữ nhật 6×1? Vì sao?


Hình 2

Hình 3

Hình 4

Mỗi câu được tối đa 7 điểm

Ngày thi: 31/03/2018
Thời gian làm bài: 120 phút

Câu 1. Diệp nghĩ một số có ba chữ số $\overline{abc}$. Nếu lấy tổng của 5 số $\overline{acb}, \overline{bac}, \overline{bca}, \overline{cab}, \overline{cba}$ thì được 3496. Hỏi số Diệp đã nghĩ là số nào?

Câu 2. Cuối tuần, Tuấn đến nhà bạn chơi. Tuấn đi với vận tốc không đổi. Khi quay về, vẫn theo đường cũ, Tuấn nhẩm tính rằng nếu đi nhanh hơn lúc đi 200 mét một giờ thì chỉ mất $\frac{20}{21}$ thời gian lúc đi. Còn nếu giảm tốc độ đi 400 mét một giờ thì sẽ mất thêm 2 phút so với lúc đi. Hỏi khoảng cách từ nơi Tuấn ở đến nhà bạn là bao nhiêu km?

Câu 3. Ghi lên bảng 2018 số nguyên dương đầu tiên: $1, 2, 3, \ldots, 2018$. Sau đó xoá đi một số số và thay vào đó, ghi số dư của phép chia tổng các số vừa xoá cho 31. Sau một số lần làm như vậy, trên bảng còn lại hai số. Biết rằng một trong hai số đó là 96. Hãy tìm số kia.

Câu 4. Cho tam giác ABC vuông tại A. Trên đoạn thẳng BC, lấy các điểm F và D sao cho $\widehat{ACB} = 2\widehat{BAF}$ và $\widehat{BAD} = 3\widehat{BAF}$. Trên tia phân giác của góc $\widehat{ACB}$, lấy điểm E nằm trong tam giác ABC sao cho $AE = AD$. Chứng minh rằng AEF là tam giác đều.

Câu 5. Có 10 người ngồi quanh một chiếc bàn tròn. Biết rằng với bất kì người nào thì tổng số tuổi của người đó với tuổi của hai người ngồi ngay hai bên luôn là số lẻ. Chứng minh rằng tất cả mọi người trong bàn đều có tuổi là số lẻ.

Câu 6. Hãy tìm tất cả các số nguyên dương a, b, c đôi một nguyên tố cùng nhau sao cho $a < b < c$ và $a + b + c + ab + bc + ca$ chia hết cho abc.

Ngày thi: 31/03/2018
Thời gian làm bài: 120 phút

Câu 1. Tìm tất cả các số có 3 chữ số mà mỗi số đều bằng lập phương của tổng các chữ số của nó.

Câu 2. Cho hai số a, b khác 0, thoả mãn

$$a+b=3, \text{ và } \frac{(1+a)^2}{b}+\frac{(1+b)^2}{a}=35.$$

Tính a^7+b^7.

Câu 3. Ghi lên bảng 2018 số nguyên dương đầu tiên: $1, 2, 3, \ldots, 2018$. Sau đó xoá đi một số số và thay vào đó, ghi số dư của phép chia tổng các số vừa xoá cho 31. Sau một số lần làm như vậy, trên bảng còn lại hai số. Biết rằng một trong hai số đó là 96. Hãy tìm số kia.

Câu 4. Cho hình vuông $ABCD$ có tâm là O. Trên tia đối của tia CD lấy điểm M, trên tia đối của tia DC lấy điểm N sao cho $CM+DN=CD$. Gọi I là giao điểm của AM và BN; P là giao điểm của OI và AB. Chứng minh rằng $\widehat{MPN}=90^\circ$.

Câu 5. Trong mặt phẳng, cho tứ giác $ABCD$ và 19 đường thẳng đôi một phân biệt, đôi một không song song và mỗi đường thẳng cách đều hai đỉnh nào đó của tứ giác $ABCD$. Chứng minh rằng có ít nhất 3 đường trong các đường thẳng đã cho đồng quy.

Câu 6. Với mỗi số nguyên $n \geq 2$, kí hiệu F_n là tập hợp tất cả các phân số có dạng $\frac{a}{b}$ với $0 \leq a < b \leq n$ và a, b là hai số nguyên tố cùng nhau. Ví dụ, ta có

$$F_2=\left\{\frac{0}{1}, \frac{1}{2}\right\}, \quad F_3=\left\{\frac{0}{1}, \frac{1}{3}, \frac{1}{2}, \frac{2}{3}\right\}, \quad F_4=\left\{\frac{0}{1}, \frac{1}{4}, \frac{1}{3}, \frac{1}{2}, \frac{2}{3}, \frac{3}{4}\right\}.$$

Chứng minh rằng với mỗi số nguyên $n \geq 2$, tập hợp F_n có một số chẵn phần tử.

Ngày thi: 31/03/2018
Thời gian làm bài: 120 phút

Câu 1. Giải phương trình: $\sqrt{8x+3} = 9x^2 + 10x + \dfrac{9}{4}$.

Câu 2. Chứng minh rằng

$$2017,49 < \sqrt{1+\frac{2}{2^2}} + \sqrt{1+\frac{2}{3^2}} + \cdots + \sqrt{1+\frac{2}{2018^2}} < 2018.$$

Câu 3. Cho hình bình hành $ABCD$. Gọi O là giao điểm hai đường chéo của hình bình hành đó. Trên tia đối của tia CD, lấy điểm M và trên tia đối của tia DC, lấy điểm N, sao cho

$$CM + DN = CD.$$

Gọi I là giao điểm của AM và BN; gọi P là giao điểm của OI và AB. Chứng minh rằng $AP = CM$.

Câu 4. Tìm tất cả các cặp số nguyên tố (p, q) sao cho

$$3p^2 + 25pq + 3q^2$$

là một lũy thừa của 31.

Câu 5. Có 4 đống sỏi, với số sỏi ở các đống lần lượt là 10 viên, 20 viên, 30 viên và 40 viên. Bạn Nam bốc sỏi từ đống nọ bỏ sang đống kia theo qui tắc: Mỗi lần, lấy 3 viên từ 3 đống, mỗi đống lấy 1 viên, rồi bỏ sang đống còn lại.

Hỏi, sau một số hữu hạn lần thực hiện liên tiếp việc chuyển sỏi theo qui tắc trên, Nam có thể làm cho 4 đống sỏi có số sỏi như nhau hay không? Vì sao?

Câu 6. Cho đa giác lồi P có 2018 đỉnh. Bạn Ngoan muốn ghi vào mỗi đỉnh của P một số nguyên dương sao cho các điều kiện sau được đồng thời thỏa mãn:

1/ Trong 2018 số được ghi, có ít nhất một số chẵn;

2/ Tổng của 3 số được ghi ở 3 đỉnh liên tiếp tùy ý là một số lẻ.

Hỏi bạn Ngoan có thể thực hiện được ý muốn nêu trên của mình hay không? Vì sao?